

Aufgabenblatt #1 Design und Grundlagen

INHALTSVERZEICHNIS

1 Aufgabe #1: Konstruktion der Designs	1
2 Aufgabe #2: Piezoeffekt	1
3 Aufgabe #3: Funktionsweise von OFW-Filtern	2
4 Aufgabe #4: Funktionsweise von Splitfingern	5
5 Aufgabe #5: Maximal mögliche Anzahl von Dies auf Wafer	5

1 AUFGABE #1: KONSTRUKTION DER DESIGNS

Die Designs sind für die Spezifikationen in Tab. 2 anzufertigen. Abb. 5 zeigt eine Skizze der angefertigten Designs.

2 AUFGABE #2: PIEZOEFFEKT

Piezoelektrizität beschreibt das Zusammenspiel von der Verschiebung elektrischer Ladung bzw. elektrische Polarisation auf Oberflächen von Festkörpern und die auf dessen einwirkende mechanische Belastung. Man unterscheidet hierbei zwischen direktem – Erzeugung einer elektrischen Spannung durch mechanische Verformung – und inversem Piezoeffekt – Verformung als Resultat einer elektrischen Spannung im Material. Der inverse Piezoeffekt ist besonders Wichtig bei der Erzeugung von Ultraschallwellen und spielt daher bei der Entwicklung von akustischen Transducern eine maßgebende Rolle. Es wird unterschieden zwischen Richtungen der Polarisation in Longitudinal-, Transversal- und Scher-Effekt. Abb. 1 stellt den inversen Piezoeffekt in longitudinaler und transversaler Richtung in einer vereinfachten Einheitszelle von Alpha-Quarz dar [1].

Piezoelektrische Materialien sind Dielektrika – elektrische Isolatoren, die mit einem externen Elektrischen Feld polarisiert werden können, welche eine Kristallstruktur ohne ein Inversionszentrum aufweisen, wodurch eine Polarisierung auch durch Verzerrung der Kristallstruktur entstehen kann. Diese Festkörper können darüber hinaus pyroelektrischen – die Fähigkeit eine vorübergehende Spannung bei Temperaturänderungen zu generieren – und ferroelektrischen Charakter haben – spontane elektrische

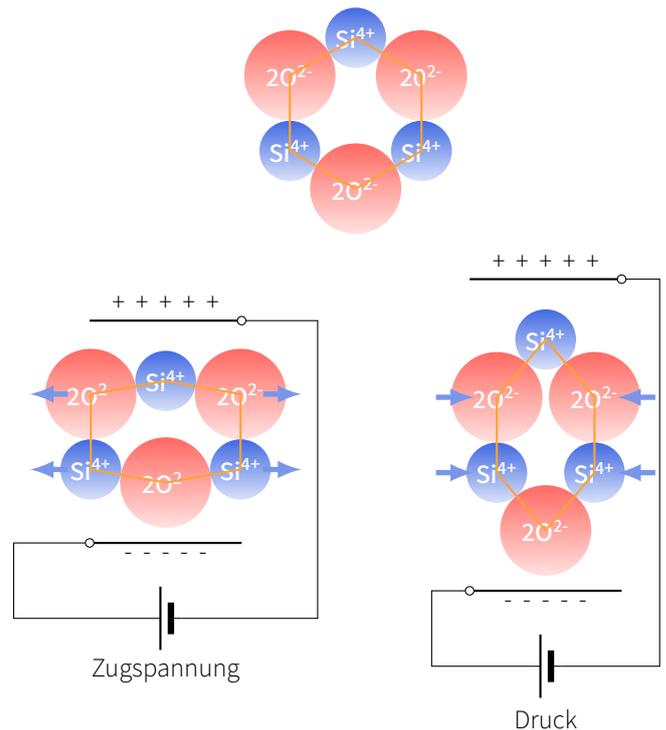


Abb. 1 | Inverser Piezoeffekt von Alpha-Quarz Ein elektrisches Feld bewirkt mechanische Kräfte im Festkörper, die zu einer Verformung der Kristallstruktur führen.

Polarisation welche mit Anlegen eines E-Feldes umgekehrt werden kann. Abb. 2 zeigt die Relation dieser Materialien untereinander. Ferroelektrische Materialien sind besonders Wichtig in Anwendungen für die hohe Anforderungen an Piezoelektrizität und mechanische Flexibilität gestellt sind. Einige der am häufigsten verwendeten Materialien sind Quarz, Lithiumniobat (LiNbO₃) und Lithiumtantalit (LiTaO₃). Je nach Anwendung ist zu entscheiden, welches Material sich am besten eignet. Für hohe Präzision und schmale Bandbreiten bei variablen Temperaturen könnte Quarz die bevorzugte Wahl sein. Für Anwendungen mit hohen Frequenzen und großer Bandbreite, insbesondere wenn eine größere Belastbarkeit wichtig ist, ist Lithiumniobat möglicherweise besser geeignet. Reines Silizium hingegen fällt aufgrund seiner symmetrischen Kristallographie nicht unter die Kategorie der piezoelektrischen Materialien. [2].

Der Einsatz piezoelektrischer Materialien ist extrem vielfältig, sie können in der jeweiligen Anwendung als bspw. Aktoren (z.B. Feinjustierung), Vibratoren (z.B. Ultraschallanwendungen), Resonato-

Symbol und SI-Einheit	Name	Definition
$d_{ij} \left[\frac{Q}{N} \right] = \left[\frac{m}{V} \right]$	piezoelektrische Ladungskonstante, piezoelektrische Dehnungskonstante	$\left. \frac{\partial D_i}{\partial T_j} \right _E = \left. \frac{\partial S_j}{\partial E_i} \right _T$
$g_{ij} \left[\frac{Vm}{N} \right] = \left[\frac{m^2}{Q} \right]$	piezoelektrische Spannungskonstante (elek. Spannung)	$-\left. \frac{\partial E_i}{\partial T_j} \right _D = \left. \frac{\partial S_j}{\partial T_i} \right _T$
$e_{ij} \left[\frac{Q}{m^2} \right]$	piezoelektrische Zugspannungskonstante	$-\left. \frac{\partial T_i}{\partial E_j} \right _S = \left. \frac{\partial D_j}{\partial S_i} \right _E$
$h_{ij} \left[\frac{N}{Q} \right] = \left[\frac{V}{m} \right]$	piezoelektrische Steifigkeitskonstante	$-\left. \frac{\partial E_i}{\partial S_j} \right _D = \left. \frac{\partial T_j}{\partial D_i} \right _S$

D_i : Elektrische Verschiebungskomponente $\left[\frac{Q}{m^2} \right]$
 T_i : (mech.) Spannungskomponente $\left[\frac{N}{m^2} \right]$
 S_i : Dehnungskomponente $[\]$
 E_i : Elektrische Feldkomponente $\left[\frac{V}{m} \right]$

Tab. 1 | Piezoelektrische Konstanten.

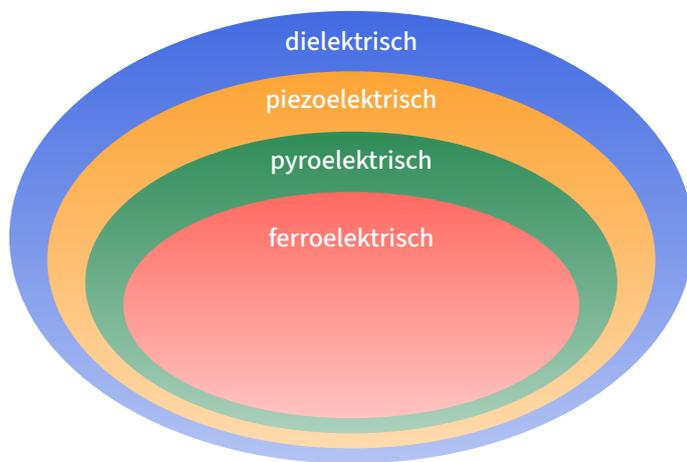


Abb. 2 | Die Beziehung zwischen dielektrischen, piezoelektrischen, pyroelektrischen und ferroelektrischen Materialien. Piezoelektrische Materialien zählen zu den dielektrischen Materialien. Nicht alle Dielektrika sind jedoch piezoelektrisch.

ren (z.B. Taktsignalerzeugung) oder Wandler (OFW-Filter) eingesetzt werden. Es erfordert daher grundlegende Gleichungen mit denen die ihre Eigenschaften beschrieben werden können und dem Konstrukteur ermöglichen, mit geeigneter Skalierung das Verhalten unter Betriebsbedingungen zu bestimmen. In vielen Fällen können piezoelektrische Vorgänge in Materialien als eine lineare Wechselwirkung zwischen mechanischen und Elektrischen Zustandsänderungen beschrieben werden. Echte Festkörper jedoch, weisen immer Dissipationsvorgänge auf und können in einigen Fällen auch stark nicht-lineares Verhalten, Hysterese-Effekte, Instabilität und eine Auswahl an elektro-magnetischen Effekten zeigen. Bei der linearen Piezoelektrizität sind die Gleichungen der linearen Elastizität über die piezoelektrischen Konstanten mit der Ladungsgleichung der Elektrostatik gekoppelt. Die elektrischen Größen sind jedoch nicht rein statisch, sondern wegen der Kopplung mit den dynamisch-mechanischen Gleichungen nur quasi-statisch. [3, 4].

Bei der linearen Beschreibung von Piezoelektrizität werden sog. piezoelektrische Konstanten verwendet. Sie sind in Tab. 1 mit ihrer Definition nach [4] aufgelistet. Die für die Entwicklung von piezoelektrischen Wandlern wichtige piezoelektrische Ladungskonstante, alternativ auch piezoelektrische Dehnungskonstante d setzt die pro Flächeneinheit erzeugte elektrische Ladung mit einer

aufgebrachten mechanischen Kraft in Beziehung:

$$d = \frac{\text{Dehnung}}{\text{E-Feldstärke}} = \frac{\text{elek.Verschiebung}}{\text{Druck/Spannung}}$$

Ihre Einheit ist Meter per Volt (gleichbedeutend mit Coulomb per Newton). Häufig wird diese Konstante verwendet, um die Güte eines piezoelektrischen Materials zu bewerten. Die Konstante d_{ij} kann in Verbindung gebracht werden mit drei wichtigen Materialeigenschaften, k der elektromechanische Kopplungskoeffizient, k^T die relative Dielektrizitätskonstante bei einer konstanten Spannung und s^E die elastische Nachgiebigkeit (Einheit: Meter pro Newton) bei einem konstanten elektrischen Feld:

$$d_{ij} = k_{ij} \sqrt{\epsilon_0 k_i^T s_{ij}^E}$$

Zwei wichtige Konstanten sind d_{33} und d_{31} . Es ist praktisch, sich in Erinnerung zu behalten, dass große d-Konstanten zu großen mechanischen Verschiebungen führen, welche in der Regel bei OFW-Wandlern von gesucht sind. Ein Vorgang bei dem die Kraft entlang der Dreirichtung (parallel zur Polarisationsachse) verläuft und auf dieselbe Oberfläche einwirkt, von der die Ladung gesammelt wird, wird von d_{33} beschrieben. Wenn die Ladung von derselben Oberfläche wie bei d_{33} gesammelt wird, die Kraft jedoch im rechten Winkel zur Polarisationsachse angelegt wird, ist dieses Verhalten von d_{31} bestimmt. Deutlich seltener als letztere beiden Konstanten ist d_{15} , der den Schereffekt beschreibt. Die Konstante d ist somit ein Tensor der mit dem Vektor des Elektrischen Feldes und den Spannungstensor gekoppelt ist. Seine Einträge d_{33} und d_{31} haben folgende empirische Beziehung [2, 5]:

$$d_{33} \approx -2.5d_{31}$$

3 AUFGABE #3: FUNKTIONSWEISE VON OFW-FILTERN

Grundbaustein eines akustischen Oberflächenwellenfilters ist ein piezoelektrisches Substrat, typischerweise bestehend aus Lithiumniobat oder ST-Quarz, auf dessen Oberfläche sich kontrollierte Rayleigh-Wellen – einer Kombination aus longitudinaler und transversaler 2-dimensionaler Welle – ausbreiten. Die Erzeugung solcher Wellen wird durch eine geschickte Anordnung von (bezüglich ihrer breite relativ langen) Elektroden effektiv erreicht.

Diese sog. Interdigitalwandler (IDT) bestehen in ihrer einfachsten Ausführung aus zwei identischen kammartigen Metallstrukturen (Elektroden), deren jeweilige Finger auf der Oberfläche in einem verschachtelten, sich gegenseitig beeinflussenden Muster angeordnet sind. Abb. 3 zeigt einen solchen IDT. Die IDT-Periodenlänge p ist der Abstand zwischen der Mitte zweier aufeinander folgender Finger desselben Kamms. Die Elektroden haben alle die gleiche Breite a und den gleichen Abstand a , eine übliche Konfiguration. Legt man eine Wechselspannung an den IDT, wird das erzeugte elektrische Feld in das piezoelektrische Substrat durch akustische Wellen gekoppelt, die sich entlang der Achse senkrecht zu den Fingern in beide Richtungen ausbreiten.

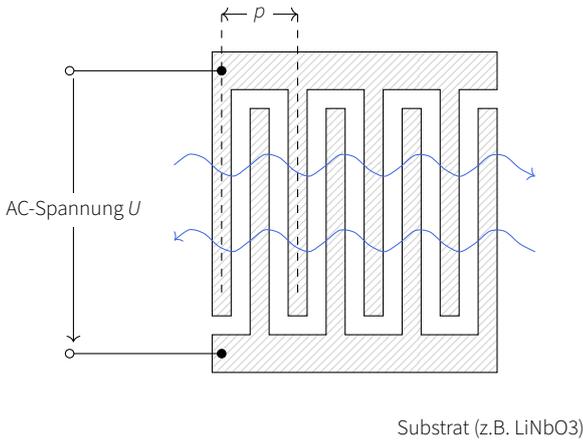


Abb. 3 | Einzelner IDT. Eine Spannung U wird zwischen oberem und unterem Elektrodenkamm angeschlossen. Beide Elektrodenkämme sind durch das piezoelektrische Substrat gekoppelt.

Für den idealen Fall eines reflexionsfreien und verlustfreien IDTs kann mit dem Delta-Funktionsmodell zurückgehend auf Tancrell and Holland [6] der Frequenzgang der Dämpfung einer solchen Schaltung berechnet werden. Wir nehmen hierbei an, dass die Oberflächenwellenausbreitung von den Elektroden, unter denen sie laufen, nicht beeinflusst wird. In guter Näherung besteht keine Dispersion, sodass ihre Geschwindigkeit v unabhängig von der Frequenz ist. Wir können somit die OFW, die von jeder Elektrode des oberen Kamms ausgesendet wird in der Form

$$\phi_n = A_n \exp\{-i(k(x_n - x) + 2\pi ft)\} \quad (1)$$

darstellen. Dies beschreibt eine sich in positiver x -Richtung ausbreitende ebene Welle mit Frequenz f der Spannungsquelle und Wellenzahl $k = 2\pi f/v$. Strenggenommen breitet sich die OFW in beide Richtungen aus. Dieser zusätzliche Term würde einen Faktor 2 verursachen, da wir jedoch nur am Frequenzverhalten interessiert sind, können wir dies vernachlässigen. Wir berechnen zunächst die Amplitude der Überlagerungen aller einzelnen Wellen.

$$\phi = A \sum_{n=0}^{N-1} \exp\{-iknp\} \quad (2)$$

Wenn die Kopplung zwischen den OFWs auf dem Substrat und den Elektroden linear ist, so ist die Gesamtladung Q , die auf den einzelnen Fingern induziert wird, proportional zu ϕ . Mit (2) ist somit bis auf eine Kopplungskonstante und einen Phasenfaktor, der frequenzabhängige Leitwert gegeben. Die Kopplungskonstante ist

geometrie- und materialabhängig. Die Größe und Phase, dieses Phasenfaktors ist abhängig vom elektrischen Feldgradienten an jeder Elektrode. Wir fassen alles außer die Exponentialfunktion zu G zusammen und berechnen die geometrische Reihe. Erweiterung mit dem komplex-konjugierten Nenner und ausmultiplizieren liefert:

$$\begin{aligned} \frac{I}{U} &= G \sum_{n=1}^{N-1} \exp\{-iknp\} \\ &= G \frac{\exp\{-ikNp\} - 1}{\exp\{-ikp\} - 1} \\ &= G \exp\{-ikNp/2\} \frac{\sin(kNp/2)}{\sin(kp/2)} \end{aligned} \quad (3)$$

Die maximale Wellenamplitude wird erreicht, wenn konstruktive Interferenz zwischen den Fingern auftritt. Dies geschieht bei der Grundschwingungsfrequenz $f_0 = v/p$. Für die Grundschwingung ist $kp = 2\pi$. Wir können $\theta = 2kp - 2\pi$ definieren, so dass $\sin(kp/2) = -\sin\theta \approx -\theta$. Wir können danach $\theta = 2\pi(f - f_0)/f_0$ ausdrücken, wobei $f_0 = v/p$ die Mittenfrequenz der Grundschwingung ist. Durch Erweiterung mit N erhält man näherungsweise einen Frequenzgang der eine $\sin(x)/x = \text{sinc}(x)$ Abhängigkeit hat:

$$\frac{I}{U} \propto \frac{\sin(N\pi(f - f_0)/f_0)}{N\pi(f - f_0)/f_0} \quad (4)$$

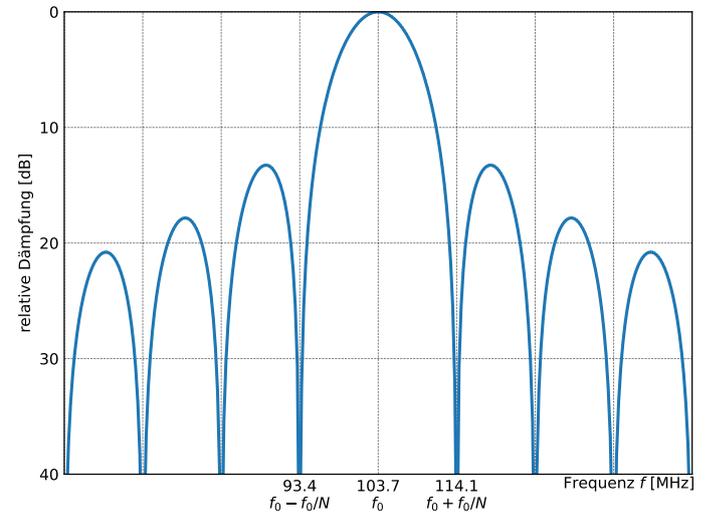


Abb. 4 | Frequenzabhängigkeit eines einzelnen IDTs. Die Nullstellen sind in regelmäßigen Abständen von der Mittenfrequenz zu finden. Die Anzahl N der Elektrodenfinger ist in diesem Fall 10. Eine größere Anzahl von Elektroden-Fingern führt zu einer schmaleren Bandbreite.

Will man also ein OFW-Filter mit einem bestimmten Frequenzverhalten herstellen, so kann man mit (4) leicht die Designdaten ermitteln. In Abb. 4 ist der Frequenzgang der relativen Dämpfung eines IDTs mit den Designdaten aus Tab. 2 für eine Schaltung wie in Abb. 3 gezeigt. Der Wert der relativen Dämpfung ist in dB := $20 \log(|x/x_{\text{ref}}|)$ angegeben. Das bedeutet, wenn der Wert x bei der Hälfte des Referenzwertes x_{ref} liegt entspricht dies 3dB. In echten Anwendungen haben die auf dem Substrat erzeugten OFW immer eine Komponente in dieses hinein (Volumenwellen) und bewegen sich außerdem außerhalb des IDTs. Somit kann die ins Substrat

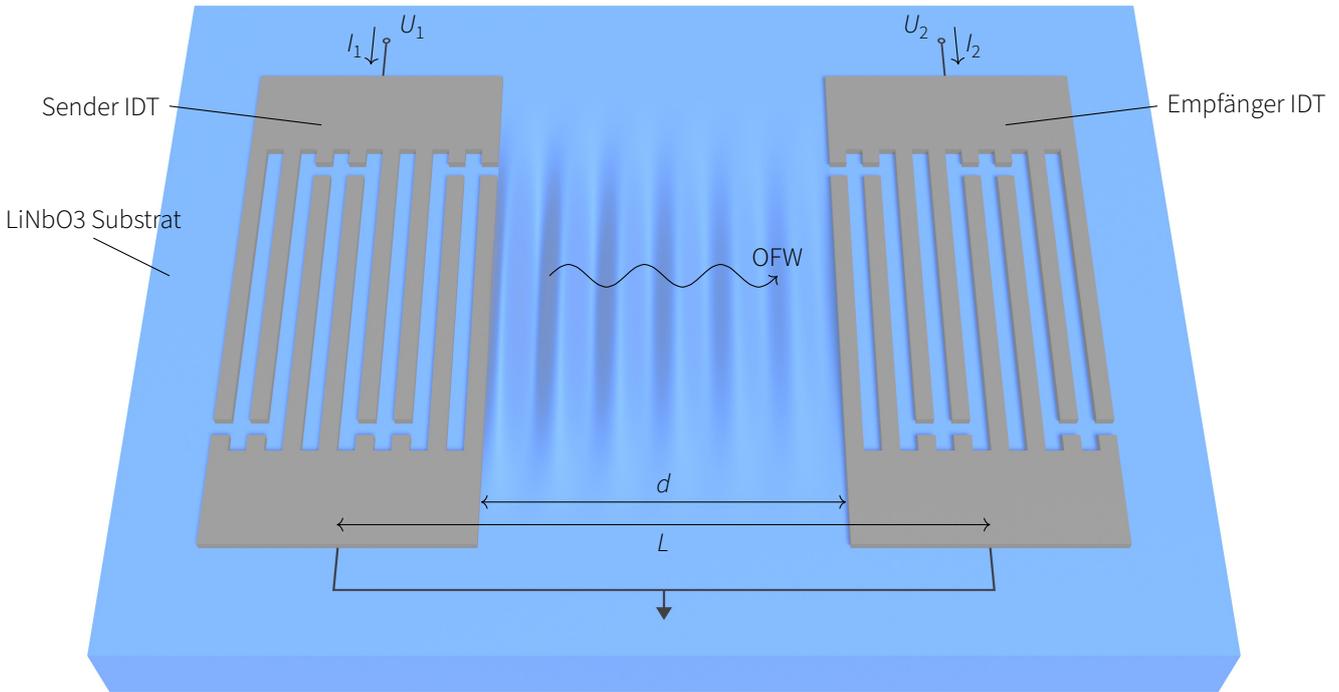


Abb. 5 | Darstellung der zu konstruierenden Delay-Line. Die unteren Elektroden-Kämme beider IDTs sind geerdet. Die oberen Elektroden-Kämme liegen auf der Spannung U_1 bzw. U_2

gekoppelte elektrische Energie nie vollständig wieder zurückgewonnen werden. Man nennt diese Verluste Einfügedämpfung. Sie kann mit verschiedenen Methoden minimiert werden, beispielsweise mit Reflexionsgittern auf beiden Seiten des IDTs.

Im vorliegenden Fall haben wir es jedoch mit einer Schaltung aus zwei identischen mit einem Abstand d zueinander angeordneten IDTs, wie in Abb.5 gezeigt, zu tun. Die jeweils unteren Elektroden der beiden IDTs sind geerdet und beide IDTs sind durch das piezoelektrische Substrat miteinander gekoppelt. Hierbei agiert ein IDT als Sender und der andere als Empfänger. Anders als bei einem einzelnen IDT handelt es sich hierbei um ein 2-Port Netzwerk. Dieses Netzwerk ist reziprok, sodass für die Admittanzmatrix $Y_{11} = Y_{22}$ und $Y_{12} = Y_{21}$. Wir sind interessiert an Y_{12} , was dem Signal des Empfänger-IDTs entspricht, wenn eine Wechselspannung am Sende-IDT angelegt wird. Wenn L der Abstand der Zentren beider IDTs ist, ist aus den vorigen Überlegungen leicht zu sehen, dass für Y_{12} gilt:

$$Y_{12} = \left. \frac{I_2}{U_1} \right|_{U_2=0} \quad (5)$$

$$= G^* \exp\{-ikL\} \sum_{n=1}^{N-1} \exp\{-iknp\} \sum_{m=1}^{N-1} \exp\{-ikmp\} \quad (6)$$

$$= G^* \exp\{-ikL\} \exp\{-ikNp\} \frac{\sin(kNp/2)}{\sin(kp/2)} \frac{\sin(kNp/2)}{\sin(kp/2)}$$

Es ist ersichtlich, dass Y_{12} in diesem Fall, bis auf $\exp\{-ikL\}$, durch das Produkt der Übertragungsadmittanzen (4) für die Eingangs- und Ausgangs-IDTs gegeben ist. Anhand des Graphen der Frequenzgangs der Admittanz kann man sehen, dass die Frequenzen außerhalb der Grundschwingung eine deutlich stärkere Dämpfung erfahren als beim Fall des einzelnen IDTs. $\exp\{-ikL\}$ ist der Phasenunterschied, der durch den Abstand L zwischen beiden IDTs bestimmt wird [7].

Ein schnellerer, möglicherweise zugänglicher Weg zu dieser Lösung kann mit Hilfe der Signaltheorie erhalten werden. Bei einer linearen Filterung eines elektronischen Signals ist die transiente Lösung durch die Faltung der ursprünglichen Funktion und der Impulsantwort des Filters gegeben. Im Frequenzraum ist diese Operation mit einer Multiplikation gleichwertig. Das es sich bei der Übertragungsfunktion (4) um die Impulsantwort eines IDTs im Frequenzraum handelt, berechnet sich die Übertragungsfunktion des gesamten OFW-Filters dann durch Multiplikation der einzelnen Impulsantworten und dem Verzögerungsglied $\exp\{-ikL\}$.

Diese Konfiguration der IDTs wird üblicherweise als Delay-Line bezeichnet. Aus der Tatsache, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Oberflächenwellen deutlich langsamer ist als die einer elektromagnetischen Welle (EMW), können derartige Schaltungen ein elektrisches Signal bis zu einigen Zehn μ s verzögern, was einer EMW-Ausbreitung von einigen Kilometern entspricht. Ein besonders unerwünschter Effekt, der bei dieser Art von Schaltung berücksichtigt werden muss, ist das sog. Triple Transit Echo (TTE). Am Empfangswandler wird ein Teil der eintreffenden Welle zurück zum Sendewandler reflektiert. Von dort wird ein Teil erneut zurück reflektiert, so dass diese Reflexionsanteile nach der dreifachen Laufzeit am Empfangswandler ankommen.

OFW-Filter können als Hochfrequenz-Referenzelemente in Filtern und Oszillatoren eingesetzt werden. Sie zählen zu den wichtigsten Komponenten in allen Smartphones. Mit 5G wurde das Sub-6GHz-Spektrum für frühere Bereitstellungen eingeführt, OFW-Filter können die meisten Bänder im unteren Bereich abdecken. Filterlösungen basierend auf OFWs versorgen moderne Mobilgeräte mit leistungsstarken Duplexern und Multiplexern für HF-Kommunikationsmodule.

Andererseits können OFW-Filter auch als Sensoren fungieren, wobei Reaktionen aus Störungen der Wellenausbreitungseigenschaften, insbesondere der Wellengeschwindigkeit und der Dämpfung, die aus der Wechselwirkung zwischen der OFW und einer Oberflä-

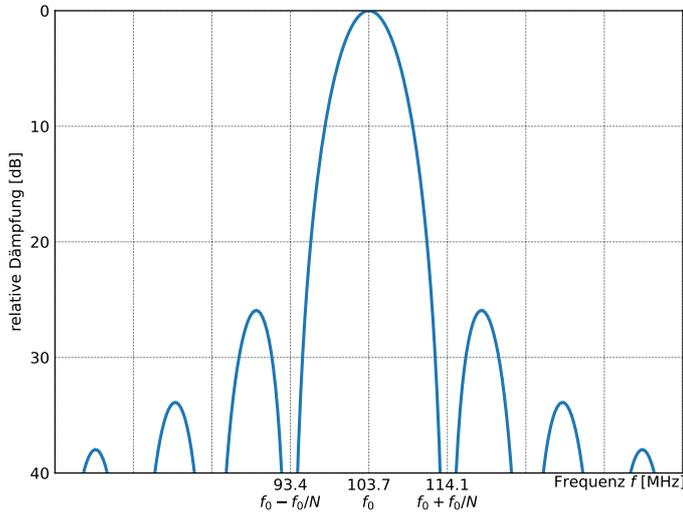


Abb. 6 | Frequenzabhängigkeit der Dämpfung der Schaltung in Abb. 5. Die Nullstellen sind dieselben wie bei Abb. 4, die Dämpfung der Durchlassbereiche bei Vielfachen der Grundschwingungsfrequenz ist ausgeprägter.

chenschicht resultieren, als Maß verwendet werden. Temperatur, Dehnung, Druck, Kraft und Eigenschaften der hinzugefügten Oberflächenmaterialien sind Beispiele für Messgrößen. [8].

Abstand d [μm]	Delay Time [μs]
2535	0.65
2730	0.70
2925	0.75
3120	0.80
3315	0.85

Grundschwingungswellenlänge: $\lambda_0 = 37.6\mu\text{m}$
 Oberflächengeschwindigkeit: $v_s = 3.9 \times 10^3 \text{m/s}$
 Nullpunktbandbreite: $0.2 f_0 = 0.2 v_s / \lambda_0 = 20.7 \text{MHz}$
 Fingerbreite: $\lambda_0 / 8 = 4.7\mu\text{m}$
 Anzahl Fingerpaare: 10

Tab. 2 | Designdaten der OFW-Filter. Abstand und somit die Wellenlaufzeit variieren, alle anderen Parameter sind konstant.

4 AUFGABE #4: FUNKTIONSWEISE VON SPLITFINGERN

Beim Design von OFW-Filtern will man die Einfügedämpfung und unerwünschte Störeffekte minimieren und somit die Leistung und Stabilität maximieren. Neben der Verwendung von piezoelektrischen Substraten mit hohen elektromechanischen Kopplungskonstanten ist die Wahl des IDT-Typs von entscheidender Bedeutung. Ein maßgebendes Ziel ist die Unterdrückung unerwünschter Reflexionen, aufgrund von sog. akustischen Impedanzfehlanspassungen, welche die Leistung des Filters stark beeinflussen. Dies kann z.B. durch eine geeignete IDT-Geometrie und durch die Verwendung von Doppelelektroden, sog. Splitfingern erreicht werden. In Abb. 7 ist die Funktionsweisen von sog. Splitfingern dargestellt.

Wie in Abb. 7 (links) dargestellt, sind die Fingerbreiten und deren Abstand zueinander, bei dem IDT in seiner einfachsten Ausführung $\lambda_0/4$, wobei λ_0 die Wellenlänge der Grundschwingung ist. Im Gegensatz dazu besteht ein IDT mit Splitfingern (rechts) für

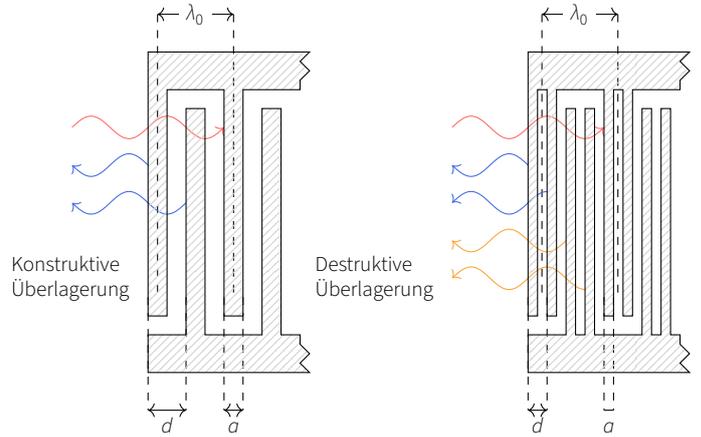


Abb. 7 | Wellenüberlagerung von Einzel- und Doppel-Elektroden bei Betrieb mit Grundfrequenz. Links: Gangunterschied beträgt λ und somit überlagern sich reflektierte Wellenpaare konstruktiv. Rechts: Wellenpaare mit Gangunterschied $\lambda/2$ überlagern sich destruktiv.

die gleiche Grundschwingung aus einer Gitterstruktur mit Intervallen von $\lambda_0/8$. Diese Struktur verringert die Bragg-Reflexion, welche wirkt entgegengesetzt zur Ausbreitungsrichtung der OFW wirkt und verantwortlich ist der Hauptgrund für eine erhöhte Einfügedämpfung. Die Bragg-Wellenlänge λ_b , bei der die Bragg-Reflexion für OFWs auftritt, ist mit d_{IDT} , der Gitterperiodizität und n , Ordnung der Reflexion nachstehend gegeben.

$$n\lambda_b = 2d_{\text{IDT}} \tag{7}$$

Für einen IDT mit Fingerbreite $a = \lambda_0/4$, ist $\lambda/2 = d_{\text{IDT}}$, weshalb die Bragg-Wellenlänge λ_b mit der Wellenlänge der Grundschwingungsfrequenz identisch ist und somit eine hohe Einfügedämpfung verursacht. Die Bragg-Reflexion in einem IDT mit Splitfingern findet bei der doppelten Mittenfrequenz statt, denn $a = \lambda_0/8$ und $\lambda_0/4 = d_{\text{IDT}}$. In diesem Fall interferieren die reflektierten Wellen maximal destruktiv, weshalb bei dieser Ausführung des IDT die Einfügedämpfung bei der Grundschwingungsfrequenz des Filters deutlich geringer ist. Da das Triple Transit Echo, das durch die Reflexion zwischen den Sender- und Empfänger-IDT entsteht, ebenfalls eine Folge von Bragg-Reflexion ist, hat es die gleiche Bragg-Frequenz. Daher wird mit Splitfingern auch das TTE minimiert [9].

5 AUFGABE #5: MAXIMAL MÖGLICHE ANZAHL VON DIES AUF WAFER

Bei der Herstellung von integrierten Schaltungen spielt die Dies per Wafer Ausbeute eine sehr wichtige Rolle. Ganz abgesehen von produktionsbedingten Defekten, muss zunächst in die Anzahl der Dies, die aus einem Wafer gemacht werden können maximiert werden. Für die genaue Bestimmung dieser Zahl, wurden Algorithmen entwickelt, viele davon basierend auf dem Satz des Pythagoras. Dabei wird ein Gitter von Chips über den Wafer gelegt und der radiale Abstand vom Zentrum des Wafers zum äußersten Eckpunkt jeder potenziellen Chipstelle berechnet. Folglich fallen nur die Chips in die Summe, bei denen der radiale Abstand kleiner als der effektive Wafer-Radius ist. In Abb. 9 ist dieser Vorgang skizziert. In frühen Phasen der Entwicklung eines Chips reichen oftmals schnelle Abschätzungen, weshalb man auf

```

import numpy as np

def count_inside(w,h,R):
    xy0s = [(0,0),(0,h/2),(w/2,0),(w/2,h/2)]
    count = 0
    final_count = []
    for (x0,y0) in xy0s:
        count = 0
        x_all = np.concatenate((np.arange(-x0-w,-R-w,-w),np.arange(-x0+w,R+w,w)))
        y_all = np.concatenate((np.arange(-y0-h,-R-h,-h),np.arange(-y0+h,R+h,h)))
        for x in x_all:
            for y in y_all:
                if ((x**2 + y**2) <= R**2):
                    count = count + 1
            final_count.append(count)
    return np.amax(np.array(final_count))

```

Abb. 8 | Python Algorithmus zur Berechnung der Anzahl von Dies auf einem Wafer. Die maximale Anzahl wird aus vier verschiedenen Positionen (x0,y0) des Die-Gitters ermittelt.

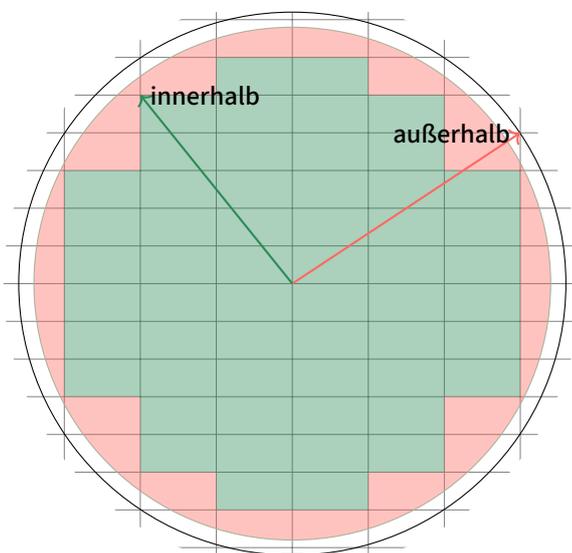


Abb. 9 | Skizze zum Algorithmus für die Berechnung der Anzahl von Dies auf einem Wafer.

diese etwas aufwändigen numerische Iterationsalgorithmen gerne Verzicht leisten möchte. Eine einfache Approximation der Anzahl der auf einen Wafer passenden Dies mit einem bestimmten Seitenverhältnis kann mit sog. GDW-Formeln (gross die per wafer) berechnet werden. Eine oft zitierte Formel geht auf Trapp [10] zurück [11].

$$N_{GDW} = \frac{\pi}{A_D} (R_{\text{eff}} - \sqrt{A_D})^2 = \left(\frac{\pi R_{\text{eff}}^2}{A_D} \right) \left(1 - \frac{\sqrt{A_D}}{R_{\text{eff}}} \right)^2 \quad (8)$$

Man kann diese Formel so interpretieren, dass man zunächst die Waferfläche durch die Chipfläche teilt. Aufgrund der Rundheit des Wafers und der Tatsache, dass die Chips auf einem regelmäßigen Raster platziert werden müssen, muss diese Anzahl nach unten korrigiert werden. Der Korrekturterm kann so veranschaulicht werden, dass man den effektiven Umfang des Wafers durch die Länge der Diagonale eines quadratförmigen Dies der gleichen Fläche teilt. Dieser Wert ist somit näherungsweise die Anzahl der Dies die vom effektiven Umfang durchschnitten werden. Trotz der

Tatsache, dass diese Formel sehr anschaulich und leicht zu verstehen ist, versagt sie bei zunehmender Die-Größe. Dirk K. de Vries [12] schlägt daher einen Korrekturfaktor, sowie eine Modifikation, mit der Dies unterschiedlicher Seitenverhältnisse berücksichtigt werden vor, womit der GDW-Wert mit besserer Genauigkeit bestimmt werden kann:

$$N_{GDW} = \frac{\pi}{A_D} (R_{\text{eff}} - 0.29(H + W))^2 \quad (9)$$

Hierbei sind H die Höhe und W die Breite eines Dies.

Die bei uns verwendeten Dies sollen die Ausmaße $6405\mu\text{m} \times 3005\mu\text{m}$ haben. Der 100mm-Wafer, welcher mit einem 5 mm-Rand ohne Strukturen belassen werden soll, hat daher einen effektiven Radius von 45mm. Mit (9) berechnet sich die auf den Wafer passende Anzahl der Dies zu $291.6 \approx 291$. Um die Genauigkeit dieses Ergebnisses zu überprüfen, können wir die exakte Anzahl dieses Ergebnisses nach dem vorgehen wie in Abb. 9 dargestellt berechnen. In Abb. 8 ist der Python-Code dafür gezeigt. Wir erhalten dabei einen Wert von 293. Mit (9) lässt sich daher der GDW auf sehr einfachem Wege sehr genau bestimmen.

Um die Anzahl der Realisierbarkeit jedes Designs auf einem Wafer zu berechnen, müssen wir nur noch dieses Ergebnis durch 17×5 , der Anzahl an unterschiedlichen Designs, teilen und erhalten 3.4. Daher können wir alle Designs 3 mal realisieren und 2/5 von ihnen 4 mal.

LITERATUR

- [1] Rüdiger G. Ballas. „The Piezoelectric Effect – an Indispensable Solid State Effect for Contemporary Actuator and Sensor Technologies“. In: *Journal of Physics: Conference Series* 1775.1 (Jan. 2021), S. 012012. DOI: 10.1088/1742-6596/1775/1/012012. URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1775/1/012012>.
- [2] J.F. Li. *Lead-Free Piezoelectric Materials*. Wiley, 2021, S. 1–5. ISBN: 978-3527345120.
- [3] A. Arnau. *Piezoelectric Transducers and Applications*. Springer, 2004. ISBN: 9783540209980.
- [4] „IEEE Standard on Piezoelectricity“. In: *ANSI/IEEE Std 176-1987* (1988), S. 01–. DOI: 10.1109/IEEESTD.1988.79638.

- [5] Mario Birkholz. „Crystal-field induced dipoles in heteropolar crystals II: Physical significance“. In: *The European Physical Journal B* 96 (Sep. 1995), S. 333–340. doi: 10.1007/BF01313055.
- [6] R.H. Tancrell und M.G. Holland. „Acoustic surface wave filters“. In: *Proceedings of the IEEE* 59.3 (1971), S. 393–409. doi: 10.1109/PROC.1971.8180.
- [7] Z.C. Feng und Carmen Chicone. „A delay differential equation model for surface acoustic wave sensors“. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 104.2 (2003), S. 171–178. ISSN: 0924-4247. doi: [https://doi.org/10.1016/S0924-4247\(03\)00052-9](https://doi.org/10.1016/S0924-4247(03)00052-9). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0924424703000529>.
- [8] D.S. Ballantine u. a. *Acoustic Wave Sensors: Theory, Design and Physico-Chemical Applications*. Applications of Modern Acoustics. Elsevier Science, 1996. ISBN: 9780080523330.
- [9] Haekwan Oh u. a. „Development of a high-sensitivity strain measurement system based on a SH SAW sensor“. In: *Journal of Micromechanics and Microengineering - J MICROMECHANIC MICROENGINEER* 22 (Feb. 2012). doi: 10.1088/0960-1317/22/2/025002.
- [10] O.D. Trapp. *Semiconductor Technology Handbook*. Technology Associates, 1985. ISBN: 9780932787002.
- [11] A.V. Ferris-Prabhu. „An algebraic expression to count the number of chips on a wafer“. In: *IEEE Circuits and Devices Magazine* 5.1 (1989), S. 37–39. doi: 10.1109/101.17237.
- [12] D.K. de Vries. „Investigation of gross die per wafer formulas“. In: *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing* 18.1 (2005), S. 136–139. doi: 10.1109/TSM.2004.836656.